

1. Seminar für Lehramtskandidaten

Das Spinweb-Theorem

(engl. Cobweb-Theorem)

INHALT 3

Einleitung 4

Volkswirtschaftliche Grundbegriffe 4

Wirtschaftsmathematische Funktionen 5

Annahmen 5

Drei mögliche Fälle 6

Der Schweinezyklus 6

Das Spinweb-Theorem - Einführung 7

Das Spinweb-Theorem - Beispiel 8

Das Spinweb-Theorem - Allgemein 9

Bilden der Gesamtfolge 9

Bilden von Teilfolgen 10

Länge des Anpassungsprozesses 11

Anwendungsbeispiel 12

ANHANG 13

Quellen 14

Folien 15

INHALT

Einleitung

Das so genannte Spinnweb- bzw. Cobweb-Theorem ist eines der **bedeutendsten volkswirtschaftlichen Modelle** zur Darstellung der Dynamik, mit der das Marktgleichgewicht erreicht werden kann.

Am Beispiel dieses wirtschaftstheoretischen Modells kann man ein tieferes Verständnis der Zusammenhänge zwischen einem **mathematischen Instrumentarium** und dessen Gebrauch **in einer außermathematischen** Wissenschaft fördern.

Bevor aber auf das Cobweb- bzw. auf deutsch das Spinnweb-Theorem eingegangen werden kann, müssen einige volkswirtschaftliche Grundbegriffe erklärt werden.

Volkswirtschaftliche Grundbegriffe

- **Angebot**

Je höher der Stückpreis ist, den ein Käufer für eine Ware bezahlt, desto mehr wird ein Anbieter davon produzieren und zum Kauf anbieten, um einen möglichst hohen Verdienst zu erzielen. Umgekehrt wird ein Anbieter umso weniger erzeugen, je geringer der Stückpreis ist, den er für seine Ware erzielen kann. Die Abhängigkeit der Stückpreise von den angebotenen Gütermengen lässt sich mit der Angebotsfunktion darstellen, deren Schaubild als Angebotskurve bezeichnet wird.

- **Nachfrage**

Wenn der Stückpreis fällt, vergrößert sich in der Regel der Käuferkreis für eine Ware. Bei steigenden Stückpreisen hingegen wird es umgekehrt immer weniger Käufer dieser Ware geben. Dieses leicht erklärbare „normale“ Käuferverhalten ist mit der Nachfragefunktion darstellbar, die die Abhängigkeit der Stückpreise von den nachgefragten Gütermengen angibt. Ihr Graph wird als Nachfragekurve bezeichnet.

- **Marktpreis**

Hat eine Ware einen Stückpreis, bei dem die zugehörigen angebotenen und nachgefragten Gütermengen übereinstimmen, so wird dieser als Marktpreis bezeichnet. Ein Stückpreis, der höher wäre als der Marktpreis, würde bewirken, dass die Angebotsmenge die Nachfragemenge überstiege, und hätte damit Angebotsüberhänge zur Folge. Umgekehrt würde ein den Marktpreis unterschreitender Stückpreis dazu führen, dass die nachgefragte Menge größer wäre als die angebotene, so dass in diesem Fall Nachfrageüberhänge entstünden.

Wirtschaftsmathematische Funktionen

- **Angebotsfunktion**

Eine Funktion A , die jeder angebotenen Menge x den zugehörigen Angebots-Stückpreis $A(x)$ zuordnet, heißt Angebotsfunktion

- **Nachfragefunktion**

Eine Funktion N , die jeder nachgefragten Menge x den zugehörigen Nachfrage-Stückpreis $N(x)$ zuordnet heißt Nachfragefunktion

- **Eigenschaften**

Angebots- und Nachfragefunktion sollen sich auf denselben Markt beziehen und für die nachfolgenden Untersuchungen als linear vorausgesetzt werden. Von einigen Ausnahmefällen abgesehen, ist auf den meisten Märkten der Graph der Angebotsfunktion streng monoton steigend, der Graph der Nachfragefunktion streng monoton fallend. Diese Eigenschaften sollen auch die hier betrachteten Angebots- und Nachfragefunktionen haben.

- **Marktgleichgewicht**

Der Schnittpunkt von Angebots- und Nachfragekurve wird als Marktgleichgewicht bezeichnet. Er kennzeichnet die „ideale“ Marktsituation, in der die gesamte angebotene Menge m auch vollständig nachgefragt wird, ohne dass irgendwelche Angebots- oder Nachfrageüberschüsse bestehen, und zwar zu dem so genannten Gleichgewichts- oder Marktpreis.

Annahmen

Das Cobweb-Theorem geht von folgenden Annahmen aus:

- Die Erzeuger handeln als Mengenanpasser und richten ihre Pläne für die zukünftige Erzeugung an dem für die Zukunft erwarteten Preis aus. Während der laufenden Periode ist die Angebotsmenge fix bzw. unelastisch.
- Der gegenwärtige Gleichgewichtspreis wird auch für die Zukunft erwartet. Diese Hypothese ist nicht sonderlich plausibel, dass mit ihr impliziert wird, dass die Anbieter nicht aus vergangenen Fehlplanungen lernen.
- Zur Herstellung der Güter wird eine Periode benötigt.
- Der Markt wird in jeder Periode geräumt bzw. die Güter sind nicht lagerfähig. Eine Lockerung dieser Annahme kann zu einer beschleunigten Annäherung an das neue Gleichgewicht führen, da in Zeiten der Überproduktion Güter gelagert und in Zeiten der Unterproduktion wieder verkauft werden können. Die kurzfristige Angebotsmenge ist somit nicht mehr preisunelastisch.
- Im Verlauf des Zyklus bleiben Angebots- und Nachfragekurve unverändert.
- Es gibt keine Spekulation.

Drei Fälle

(konvergierend, divergierend, zyklisch)

Es kann nun zwischen drei Fällen unterschieden werden:

1. Ist die Steigung der Angebotskurve dem Betrag nach größer als die der Nachfragekurve, so kommt es zum konvergierenden Fall. Die bedeutet gleichzeitig, dass im Gleichgewichtspunkt die Angebotselastizität kleiner als die Nachfrageelastizität ist.

2. Bei umgekehrtem Verhältnis (wenn also der Betrag der Steigung der Nachfragekurve größer ist als der der Angebotskurve) entsteht der divergierende Fall.
3. Bei Gleichheit des Betrages der Steigungen liegt der Fall gleichbleibender Schwingungen vor.

Die drei möglichen Ergebnisse des Cobweb-Theorems (konvergierend, divergierend, zyklisch) sollen nun in Hinblick auf ihre empirische Bedeutung untersucht werden.

Dies ist beim divergierenden Fall nur innerhalb gewisser Grenzen möglich, da man sich nur schwer negative Preise und erst recht negative Mengen vorstellen kann. Dementsprechend wird der divergierende Fall in der Wirtschaftswirklichkeit nicht beobachtet, bzw. nur dadurch, dass z.B. der Markt (durch eine Aufsichtsbehörde) geschlossen wird oder der Handel mit diesen Gütern ausgesetzt wird.

Im Allgemeinen häufiger beobachtet werden jedoch die beiden anderen Fälle. Dies haben empirische Untersuchungen, beispielsweise auf den Märkten für Weizen, Schiffe, Wohnungen, Eier und insbesondere auf dem Markt für Mastschweine ergeben.

Der Schweinezyklus

So stellte man 1932 fest, dass der Verlauf des Schweinepreises regelmäßige, drei- bis vierjährige Zyklen aufweist. Dieser Schweinezyklus ist das klassische Beispiel für das zyklische Cobweb-Theorem.

Während die Nachfrage im Zeitverlauf jeweils etwa konstant blieb, änderte sich die Angebotsmenge und damit auch der Preis zyklisch. Eine für die Landwirte günstige Relation zwischen Schweine- und Futterpreisen regte zu gesteigener Aufzucht von Schweinen an. Das vergrößerte Angebot erscheint aber erst nach einem Timelag von ca. 15 Monaten (Zeit zwischen Ferkelzeugung und Schlachtreife) und kann dann nur zu einem geringeren Preis abgesetzt werden. Weitere 15 Monate später ergibt sich das umgekehrte Bild: niedriges Angebot zu hohen Preisen.

Grund dafür, dass die optimale Allokation verhindert wurde, ist vor allem die „naive“ Erwartungsbildung. Statt aus den zyklischen Bewegungen der Vergangenheit zu lernen, richten die Produzenten wie im Coweb-Modell ihre Produktionsentscheidung am Preis der aktuellen Periode aus. Hierbei vergessen die Produzenten aber, dass, bereits erwähnt, die Schweine erst nach einer Zeitverzögerung von ca. 15 Monaten auf den Markt kommen. Die Produzenten wollen somit auf eine aktuelle Situation reagieren, die Wirkung ihrer Maßnahme tritt aber erst später auf und bedingt ein Überangebot an Schweinen zum späteren Zeitpunkt. Innerhalb einer Periode ist die Angebotsmenge mehr oder weniger konstant (es braucht Zeit, bis neue Schweine heranwachsen), so dass der Produzent seine Fehlplanung nicht korrigieren kann (preisunelastischer Verlauf der kurzfristigen Angebotskurve). Demzufolge kommt es zu den beschriebenen Schwankungen.

Heutzutage besteht aber die Möglichkeit, die Folgen des Schweinezyklus zu mindern, da Lagerhaltung (Tiefkühlung) existiert. Überproduktion kann somit gelagert und in Zeiten der Knappheit wieder abgesetzt werden (wenn auch zu unterschiedlichen Preisen). Darüber

hinaus kann exportiert und importiert werden.

Das Spinnweb-Theorem kann aber nicht nur auf Marktsituationen von Produkten angewandt werden. Auch der Arbeitsmarkt verhält sich nach ähnlichen Regeln:

In den 60iger Jahren wurden aufgrund akuten Lehrermangels die Gehälter dieses Berufsstandes drastisch heraufgesetzt. Eine Dekade später blickte die Nation auf eine Lehrerschwemme.

Originaldokument enthält an dieser Stelle eine Grafik!

Original document contains a graphic at this position!

Spinnweb-Theorem (Einführung)

Wir werden im weiteren Verlauf nur die konvergierende Möglichkeit betrachten, bei der es durch einen Marktmechanismus zu einer Annäherung an das Marktgleichgewicht kommt. Dieser Prozess wird in der volkswirtschaftlichen Literatur wegen der optischen Wirkung als „Spinnweb-Theorem“ (engl. „Cobweb-Theorem“) bezeichnet. Er vollzieht sich in vier verschiedenen Phasen, die sich theoretisch unendlich oft wiederholen, bis das Marktgleichgewicht exakt erreicht ist. In der Praxis gibt man sich in der Regel mit einer Annäherung zufrieden.

Phase d_1 :

Der Stückpreis, zu dem die Menge a angeboten wird, ist niedriger als der Stückpreis, den der Nachfrager bei der Menge a zu zahlen bereit ist.

Phase d_2 :

Zu dem höheren Nachfrage-Stückpreis kann nun eine größere Menge angeboten werden. Es entsteht ein so genannter Angebotsüberhang bzw. Angebotüberschuss.

Phase d_3 :

Die größere Menge wird nun aber nur zu einem geringeren Stückpreis nachgefragt.

Phase d_4 :

Zu diesem geringeren Nachfrage-Stückpreis wiederum kann nunmehr nur eine geringere Menge angeboten werden. Es entsteht eine so genannte Nachfrageüberhang bzw. Nachfrageüberschuss.

Beispiel:

Angebotsfunktion:

Originaldokument enthält an dieser Stelle eine Grafik!

Original document contains a graphic at this position!

Nachfragefunktion:

Originaldokument enthält an dieser Stelle eine Grafik!

Original document contains a graphic at this position!

A und N sind lineare Funktionen, Graph(A) steigt und Graph(N) fällt streng monoton. Aus der Schnittpunktsbedingung

Originaldokument enthält an dieser Stelle eine Grafik!

Original document contains a graphic at this position!

ergibt sich

Originaldokument enthält an dieser Stelle eine Grafik!

Original document contains a graphic at this position!

Durch Auflösen nach m und Einsetzen in A(m) oder N(m) erhält man die Gleichgewichtsmenge

Originaldokument enthält an dieser Stelle eine Grafik!

Original document contains a graphic at this position!

und den Gleichgewichtspreis

Originaldokument enthält an dieser Stelle eine Grafik!

Original document contains a graphic at this position!

, also stellt der Punkt

Originaldokument enthält an dieser Stelle eine Grafik!

Original document contains a graphic at this position!

das Marktgleichgewicht dar.

Der Stückpreis, zu dem z.B. die Menge 1 angeboten wird, ist um 1,5 niedriger als derjenige Stückpreis, zu dem der Nachfrager bei der Menge

Originaldokument enthält an dieser Stelle eine Grafik!

Original document contains a graphic at this position!

nachzufragen bereit ist. Es gilt nämlich

Originaldokument enthält an dieser Stelle eine Grafik!

Original document contains a graphic at this position!

Zu dem höheren Nachfrage-Stückpreis von 4,5 kann nun die größere Menge 1,5 angeboten werden, denn

Originaldokument enthält an dieser Stelle eine Grafik!

Original document contains a graphic at this position!

führt zu

Originaldokument enthält an dieser Stelle eine Grafik!

Original document contains a graphic at this position!

also entsteht der Angebotsüberhang

Originaldokument enthält an dieser Stelle eine Grafik!

Original document contains a graphic at this position!

Die größere Menge

Originaldokument enthält an dieser Stelle eine Grafik!

Original document contains a graphic at this position!

wird nun aber zu dem geringeren Stückpreis 3,75 nachgefragt. Es gilt

Originaldokument enthält an dieser Stelle eine Grafik!

Original document contains a graphic at this position!

Zu diesem geringeren Nachfrage-Stückpreis 3,75 kann nunmehr nur die geringere Menge 1,25 angeboten werden.

Originaldokument enthält an dieser Stelle eine Grafik!

Original document contains a graphic at this position!

führt zu

Originaldokument enthält an dieser Stelle eine Grafik!

Original document contains a graphic at this position!

, also entsteht der Nachfrageüberhang

Originaldokument enthält an dieser Stelle eine Grafik!

Original document contains a graphic at this position!

Allgemein

Jetzt stellt sich die Frage ob die unendliche Summe aller Teilstreckenlängen des „Spinnweb-Polygons“ einen endlichen Wert hat. Dieser Wert kann somit als Maß für den zeitlichen Umfang des Gesamtprozesses angesehen werden, also die Dauer bis zum Erreichen des Marktgleichgewichtes.

In Abhängigkeit von der gegenseitigen Lage von Angebots- und Nachfragekurve sind damit unterschiedliche Anpassungsprozesse bezüglich ihrer zeitlichen Dauer miteinander vergleichbar.

Um diese Aufgaben bewältigen zu können benötigt man Kenntnisse über die Themengebiete Folgen und Reihen, insbesondere geometrische, sowie Grenzwertbetrachtungen.

Wie bereits erwähnt werden die Angebots- und Nachfragefunktionen als linear vorausgesetzt und haben demnach Funktionsgleichungen der Form

Originaldokument enthält an dieser Stelle eine Grafik!

Original document contains a graphic at this position!

und

Originaldokument enthält an dieser Stelle eine Grafik!

Original document contains a graphic at this position!

mit

Originaldokument enthält an dieser Stelle eine Grafik!

Original document contains a graphic at this position!

und

Originaldokument enthält an dieser Stelle eine Grafik!

Original document contains a graphic at this position!

.

Somit ist

Originaldokument enthält an dieser Stelle eine Grafik!

Original document contains a graphic at this position!

das Anfangsglied der Folge

Originaldokument enthält an dieser Stelle eine Grafik!

Original document contains a graphic at this position!

, die die Längen der Einzelphasen des Anpassungsprozesses darstellt.

Bilden der Gesamtfolge

Bildet man jeweils die Quotienten zweier aufeinanderfolgender Glieder, so ergeben sich mittels der Steigungen m_A und m_N die nachfolgenden Beziehungen:

Originaldokument enthält an dieser Stelle eine Grafik!

Original document contains a graphic at this position!

Originaldokument enthält an dieser Stelle eine Grafik!

Original document contains a graphic at this position!

Originaldokument enthält an dieser Stelle eine Grafik!

Original document contains a graphic at this position!

Originaldokument enthält an dieser Stelle eine Grafik!

Original document contains a graphic at this position!

Originaldokument enthält an dieser Stelle eine Grafik!

Original document contains a graphic at this position!

Originaldokument enthält an dieser Stelle eine Grafik!

Original document contains a graphic at this position!

Originaldokument enthält an dieser Stelle eine Grafik!

Original document contains a graphic at this position!

,....

Die Glieder dieser Gesamtfolge lassen sich nun folgendermaßen in vier verschiedene Gruppen aufteilen.

1. Angebots-Überhänge: d_2, d_6, d_{10}, \dots
2. Nachfrage-Überhänge: d_4, d_8, d_{12}, \dots
3. Nachfragestückpreis-Überhänge: d_1, d_5, d_9, \dots
4. Angebotsstückpreis-Überhänge: d_3, d_7, d_{11}, \dots

Bilden von Teilfolgen

Aus den oben beschriebenen vier Gruppen der Gesamtfolge lassen sich nun nach lückenloser Nummerierung vier Einzelfolgen bilden:

Folge der Angebots-Überhänge:

Originaldokument enthält an dieser Stelle eine Grafik!

Original document contains a graphic at this position!

Folge der Nachfrage-Überhänge:

Originaldokument enthält an dieser Stelle eine Grafik!

Original document contains a graphic at this position!

Folge der Nachfragestückpreis-Überhänge:

Originaldokument enthält an dieser Stelle eine Grafik!

Original document contains a graphic at this position!

Folge der Angebotsstückpreis-Überhänge:

Originaldokument enthält an dieser Stelle eine Grafik!

Original document contains a graphic at this position!

Die Folgen (u_n) , (v_n) , (p_n) , (r_n) sind geometrische Folgen mit

Originaldokument enthält an dieser Stelle eine Grafik!

Original document contains a graphic at this position!

. Wegen

Originaldokument enthält an dieser Stelle eine Grafik!

Original document contains a graphic at this position!

und

Originaldokument enthält an dieser Stelle eine Grafik!

Original document contains a graphic at this position!

konvergieren sie genau dann, wenn

Originaldokument enthält an dieser Stelle eine Grafik!

Original document contains a graphic at this position!

gilt. In diesem Fall wird der Anpassungsprozess als kontrahierend bezeichnet. Der statische (

Originaldokument enthält an dieser Stelle eine Grafik!

Original document contains a graphic at this position!

) und der explodierende (

Originaldokument enthält an dieser Stelle eine Grafik!

Original document contains a graphic at this position!

) Fall werden im Folgenden nicht betrachtet.

Für den kontrahierenden Fall, der zum Marktgleichgewicht führt, gilt:

Originaldokument enthält an dieser Stelle eine Grafik!

Original document contains a graphic at this position!

Länge des Anpassungsprozesses

Die zu den obigen vier Folgen gehörenden geometrischen Reihen haben Grenzwerte, die sich mit den bekannten Formeln bestimmen lassen.

Originaldokument enthält an dieser Stelle eine Grafik!

Original document contains a graphic at this position!

Analog gilt:

Originaldokument enthält an dieser Stelle eine Grafik!

Original document contains a graphic at this position!

Originaldokument enthält an dieser Stelle eine Grafik!

Original document contains a graphic at this position!

Originaldokument enthält an dieser Stelle eine Grafik!

Original document contains a graphic at this position!

Originaldokument enthält an dieser Stelle eine Grafik!

Original document contains a graphic at this position!

Originaldokument enthält an dieser Stelle eine Grafik!

Original document contains a graphic at this position!

Originaldokument enthält an dieser Stelle eine Grafik!

Original document contains a graphic at this position!

Die Gesamtlänge s des aus unendlich vielen Einzelphasen bestehenden Anpassungsprozesses ergibt sich folgendermaßen:

Originaldokument enthält an dieser Stelle eine Grafik!

Original document contains a graphic at this position!

Originaldokument enthält an dieser Stelle eine Grafik!

Original document contains a graphic at this position!

Originaldokument enthält an dieser Stelle eine Grafik!

Original document contains a graphic at this position!

$s_{\text{ges}} > 0$ wegen $s_u, s_v, s_p, s_r > 0$

Anwendungsbeispiele

Die folgenden Beispiele sollen abschließend als Anregung dienen, wie unterschiedliche Anpassungsprozesse nach dem Spinnweb-Theorem mit Hilfe der Maßzahl s miteinander verglichen werden können.

Im Unterricht können diese in Themenbereichen wie Geradengleichungen, Schnittpunktberechnungen und Diskussionen gebrochen-rationaler Funktionen (mit den Funktionsvariablen m_A bzw. m_N) angewendet werden.

Gegeben sind vier Paare von Angebots- A und Nachfragefunktionen N mit folgenden Gleichungen [Folie]. Der Anpassungsprozess an das Marktgleichgewicht soll jeweils mit der Gütermenge $a=1$ beginnen.

1. Bestimme für jedes der vier Funktionenpaare die Gesamtlänge s des Anpassungsprozesses an das Marktgleichgewicht.
2. Spezialisere jeweils die allgemein gegebenen Steigungsmaße:
in (1): $m_N = -0,5$
in (2) und (4): $m_A = 2$
in (3): $m_A = 3$

Berechne für diese Spezialfälle jeweils die Werte für s .

3. Jetzt können die s Werte verglichen werden.

so verläuft der Anpassungsprozess zu (1) mit $s = 18$ doppelt so schnell wie der zu (2) mit $s = 9$.

Wobei man mit diesem Ergebnis vorsichtig umgehen sollte. Es stimmt nur wenn man sich auf das gleiche Produkt (ev. In einem anderen Land) bezieht.

A N H A N G

Quellen

Mathematik Lehren / Heft 62

Angebot und Nachfrage – der Marktpreis als Grenzwert einer Folge (Wolfgang Göbels)

Volkswirtschaftliche Grundbegriffe:

- . Angebot
- . Nachfrage

. Marktpreis

Wirtschaftsmathematische Funktionen

. Angebotsfunktion

. Nachfragefunktion

. Marktgleichgewicht

**Cobweb-Theorem geht von
folgenden Annahmen aus:**

1. Erzeuger handeln als
Mengenanpasser
2. Der gegenwärtige

Gleichgewichtspreis wird auch für die Zukunft erwartet.

3. Zur Herstellung der Güter wird eine Periode benötigt.
4. Der Markt wird in jeder Periode geräumt bzw. die Güter sind nicht lagerfähig.
5. Angebots- und Nachfragekurve bleiben unverändert
6. Es gibt keine Spekulation.

Der konvergierende Fall

Originaldokument enthält an dieser Stelle eine Grafik!
Original document contains a graphic at this position!

Der divergierende Fall

Originaldokument enthält an dieser Stelle eine Grafik!
Original document contains a graphic at this position!

Der zyklische Fall

Originaldokument enthält an dieser Stelle eine Grafik!
Original document contains a graphic at this position!

konvergierend bzw. kontrahierend

Originaldokument enthält an dieser Stelle eine Grafik!
Original document contains a graphic at this position!

divergierend bzw. explodierend

Originaldokument enthält an dieser Stelle eine Grafik!
Original document contains a graphic at this position!

zyklisch bzw. statisch

Originaldokument enthält an dieser Stelle eine Grafik!
Original document contains a graphic at this position!

4 Phasen des Anpassungsprozesses

Phase d_1 :

Der Stückpreis, zu dem die Menge a angeboten wird, ist niedriger als der Stückpreis, den der Nachfrager bei der Menge a zu zahlen bereit ist.

Phase d_2 :

Zu dem höheren Nachfrage-Stückpreis kann nun eine größere Menge angeboten werden. Es entsteht ein sogenannter Angebotsüberhang bzw. Angebotüberschuss.

Phase d_3 :

Die größere Menge wird nun aber nur zu einem geringeren Stückpreis nachgefragt.

Phase d_4 :

Zu diesem geringeren Nachfrage-Stückpreis wiederum kann nunmehr nur eine geringere Menge angeboten werden. Es entsteht eine so genannte Nachfrageüberhang bzw. Nachfrageüberschuss.

Originaldokument enthält an dieser Stelle eine Grafik!

Original document contains a graphic at this position!

Bilden der Gesamtfolge

Originaldokument enthält an dieser Stelle eine Grafik!
Original document contains a graphic at this position!

Originaldokument enthält an dieser Stelle eine Grafik!
Original document contains a graphic at this position!

Originaldokument enthält an dieser Stelle eine Grafik!
Original document contains a graphic at this position!

Originaldokument enthält an dieser Stelle eine Grafik!
Original document contains a graphic at this position!

Originaldokument enthält an dieser Stelle eine Grafik!
Original document contains a graphic at this position!

Originaldokument enthält an dieser Stelle eine Grafik!
Original document contains a graphic at this position!

Originaldokument enthält an dieser Stelle eine Grafik!
Original document contains a graphic at this position!



Bilden von Teilfolgen

Länge des Anpassungsprozesses

Gesamtlänge s

Originaldokument enthält an dieser Stelle eine Grafik!
Original document contains a graphic at this position!